



Hungary-Romania
Cross-Border Co-operation
Programme 2007-2013

Two countries, one goal, joint success!

European Union
European Regional Development Fund



“Realization of Hungarian-Romanian R&D Laboratory for the Development of Major Projects in Polluted Terrain Cleaning” HURO/0802/100

PROBLEMATICA MODELARII CURGERII FLUIDELOR PRIN MEDII POROASE



Mudura Pavel
University of Oradea

14 December 2012 – Oradea

1. MEDIUL POROS

1.1 Descrierea mediului poros

- În general putem defini **mediul poros** ca un material care are goluri interioare (interstiții, spații poroase sau pori), ce pot comunica între ele și sunt distribuite aleator ca formă și marime.
- Mediile poroase pot fi:
 - a) *naturale*: solul, rocile sedimentare (nisipurile, gresiile, calcarele, dolomitele, argilele și marnele).
 - b) *artificiale*: beton, caramizi, ceramica, vata minerală, filtre, etc
- Mediul poros este format din mai multe faze:
 - faza solidă;
 - faze fluide: lichide și gaze;
- Reprezentarea schematică a mediului poros:

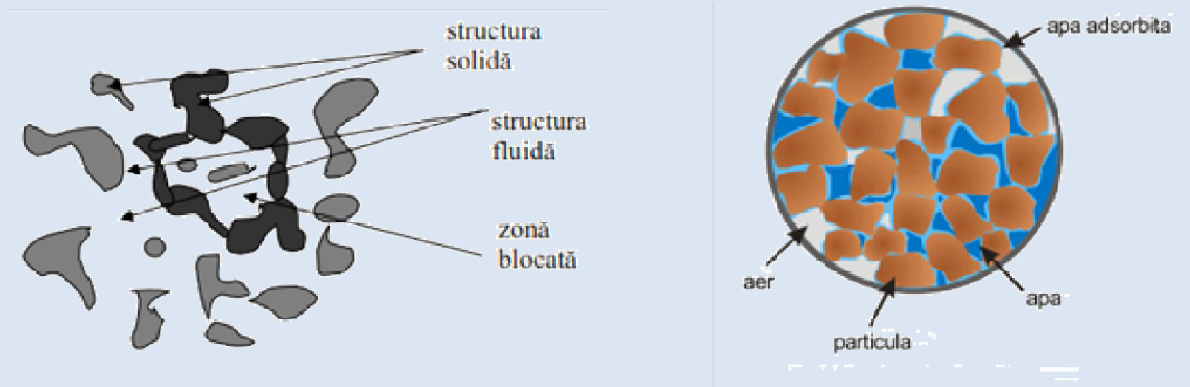


Fig. 1 Mediu poros- schema

1. MEDIUL POROS

1.1 Descrierea mediului poros

- Există două moduri de definire a proprietăților locale ale unui mediu poros:
 - prin noțiunea de *volum elementar reprezentativ* (VER);
 - prin noțiunea de *funcții aleatoare*.
- Mărimea VER trebuie să fie:
 - *suficient de mare* pentru a conține un mare număr de pori, astfel încât să se poată defini o proprietate medie globală, cu asigurarea că efectul fluctuațiilor de la un por la altul este neglijabil;
 - *suficient de mic* pentru ca variațiile parametrilor de la un domeniu la altul să poată fi reprezentate prin funcții continue, pentru a putea utiliza analiza infinitezimală (fără a introduce astfel erori caracteristice aparatelor de măsură la scară microscopică);

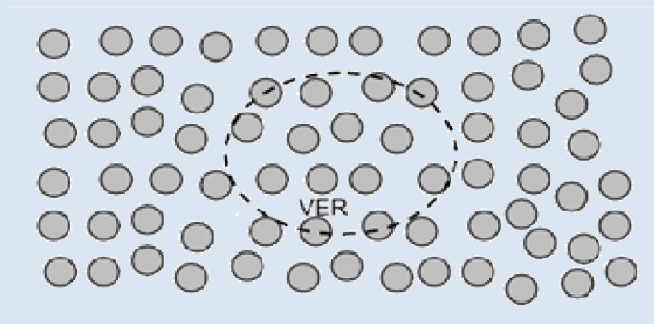


Fig. 2 Volum elementar reprezentativ

1.2 Marimi caracteristice

- **Porozitatea.** Dacă se consideră un anumit volum dintr-un mediu poros, raportul dintre volumul porilor și volumul total al rocii se numește *porozitate totală* (sau absolută). În cazul rocilor consolidate unii pori sunt închiși. Astfel în calculul porozității efective se ia în considerare doar volumul porilor aflați în intercomunicație. Nisipul și gresiile au o porozitate totală de aproximativ 30 %. Există și roci compactate (calcarul și dolomitele) care au o porozitate mare. Rocile cristaline și metamorfice au o porozitate de 1..5 %.
- Din punctul de vedere al condițiilor genetice ale porilor, aceștia pot fi:
 1. porii primari:
 2. porii secundari:
- Porozitatea poate varia în timp datorită cimentării rocilor granuloase sau tasării.
- *Porozitatea totală n* se definește:

$$n = \frac{V_p}{V_s + V_p} \quad (1)$$

- unde: V_p este volumul porilor;
- V_s - fazei (scheletului) solid;

- *Indicele porilor e* se definește:

$$e = \frac{V_p}{V_s} \quad (2)$$

1.2 Marimi caracteristice

Porozitatea si granulozitatea. Pentru mediile poroase neconsolidate se poate analiza, prin cernere, compoziția granulometrică a materialului respectiv reprezentata de:

- - **curba granulometrică**, care reprezintă variația procentului (în volume sau greutate) din particulele care traversează o sită cu ochiuri de diametru dat.
- Se numește diametru eficace (d_{10}) dimensiunea pentru care 10% din elementele mediului sunt mai mici decât d_{10} .
- Pentru o secțiune a mediului poros se poate defini:
- - **porozitatea de suprafață totală n_s** :

$$n_s = \frac{\text{Suprafata porilor}}{\text{Suprafata totala}} \quad (3)$$

- Dacă distribuția mărimii porilor este aleatoare, porozitatea de suprafață este independentă de orientarea suprafeței studiate și are aceeași valoare cu porozitatea de volum.

- **suprafața specifică S_{sp}** :

$$S_{sp} = \frac{\text{Suprafata totala a golurilor interstitiale}}{\text{Volumul total al mediului}} \quad (4)$$

S_{sp} variază foarte mult de la un mediu la altul, fiind cu atât mai mare cu cât mediul este mai divizat (mai fin).

2. CURGEREA PRIN MEDII POROASE

2.1. Tipuri de curgere

- Vom defini sistemul curgerii într-un mediu poros (SCMP) ca având ca elemente: mediul poros, unul sau mai multe lichide, aerul.
- **Curgerea saturată**- este atunci când porozitatea mediului poros este total ocupată de lichid;
- **Curgerea nesaturată**- când porozitatea este parțial umplută cu lichid, restul cu aer;
- **Curgerea parțial saturată (variabil saturată)**- când mai multe zone saturate și nesaturate pot coexista;
- **Curgerea omogenă**- este atunci când mediul poros este complet saturat cu o singură fază;
- **Curgerea eterogenă**- când mediul poros este saturat cu cel puțin două faze. Faptul că prin mediul poros are loc curgerea unui singur fluid, nu înseamnă neapărat că este o curgere omogenă.
- **Curgerea 1D sau unidimensională (unidirecțională)**: viteza mișcării este descrisă de o singură variabilă spațială;
- **Curgerea 2D sau bidirecțională (plană sau axial simetrică)**: viteza mișcării este descrisă de două variabile spațiale;
- **Curgerea 3D sau tridimensională (spațială)**: viteza mișcării este descrisă de trei variabile spațiale;
- **Curgerea 3D variabil saturată, la densitate constantă**: în acest caz, sunt două faze : aer și lichid variabil saturate.
- Fenomenul curgerii prin mediile poroase este foarte complex și poate fi evaluat numai pe cale indirectă, pe modele sau prin măsurarea unor mărimi macroscopice care descriu curgerea. Curgerea va putea fi abordată în două moduri: la **scara micro** și la **scara macro**.
- Mișcarea fluidelor într-un mediu poros are loc ca urmare a acțiunii a patru forțe care pot interveni în procesul mișcării: **motoare, de frecare, de interfață și de gravitație**.

2. CURGEREA PRIN MEDII POROASE

2.2. Curgerea omogena la scara micro

- Ipoteze simplificatoare :
- - curgerea laminara a unui fluid newtonian incompresibil în capilare netede, cu diferite forme idealizate:
- a) *capilare cu simetrie axiala* - cilindric, trunchi de con, cu contur sinusoidal, sferic si
- b) *capilare cu sectiune constanta* – cilindric, eliptic, prismatic
- Un exemplu de studiu a curgerii pe o retea cu cinci pori, dispusi sub forma literei N, ca în figura 4

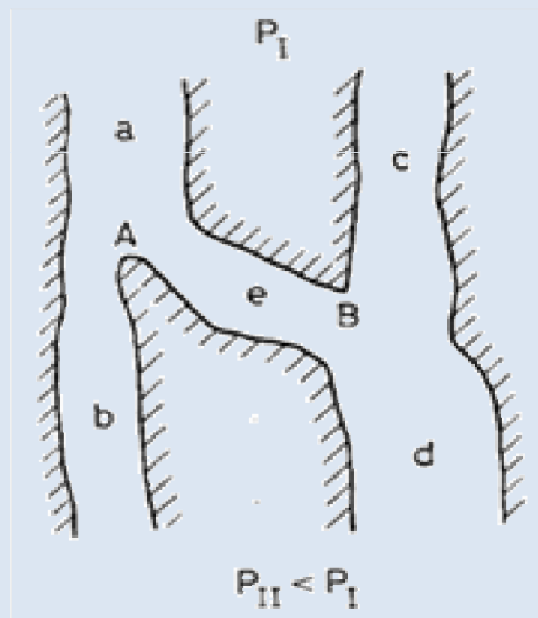


Fig. 3 Retea de pori "N"

2. CURGEREA PRIN MEDII POROASE

2.2. Curgerea omogena la scara micro

- Curgerea va avea loc în sensul de la porii a si c la porii b si, respectiv d , dat fiind faptul ca diferenta de presiune este în acest sens.
- Se scrie mai întâi legea conservarii debitului în nodurile A si B , adica debitele care intra în noduri sunt egale ce cele care ies:

- $$\sum Q_i = 0 \quad (5)$$

- Prin definitie, *conductivitatea hidraulica* a unui canal, c_i , este raportul dintre debitul si caderea de presiune din canalul respectiv.

- $$\sum_i c_i (p_i - p_j) = 0 \quad (6)$$

- în care : indicele j se refera la cele doua noduri ale retelei (A si B) ;
- - indicele i se refera la canalele care converg în nodul j .
- Scriind relatia (6) pentru doua noduri (A si B), se obtine un sistem de ecuatii ale carui solutii sunt presiunile din nodurile respective. În felul acesta, se cunosc toti parametri pentru descrierea curgerii în fiecare din cei cinci pori.
- Pentru retele mai complexe, principiul de rezolvare a problemei este acelasi: se rezolva sistemul format de ecuatiile de bilant pentru toate nodurile retelei, obținându-se în felul acesta presiunea în fiecare nod.

2. CURGEREA PRIN MEDII POROASE

2.2. Curgerea omogena la scara macro

- Descrierea curgerii omogene prin medii poroase este data de **Legea lui Darcy** care stabileste o relatie empirica între viteza de filtratie (de curgere) si gradientul de presiune care determina curgerea .
- Pentru curgerea omogena stationara, unidimensionala a unui fluid care-si conserva proprietatile (în special densitatea – fluid incompresibil) printr-o proba de roca izotropa, cu sectiunea constanta, aflata în pozitie orizontala (pentru a neglija efectul gravitatiei). În acest caz, legea de curgere (legea lui Darcy) are urmatoarea forma:

$$v_f = \frac{k \Delta p}{\mu \Delta l} \quad (7)$$

- în care: Δp este caderea de presiune pe distanta Δl ;
- - μ este vâscozitatea dinamica a fluidului;
- - k este *permeabilitate absoluta*.
- De altfel, din punct de vedere fizic, *permeabilitatea absoluta reprezinta o masura a rezistentei rocii la curgerea monofazica a fluidelor*.
- Legea lui Darcy scrisa sub forma de mai sus se refera la curgerea unidimensionala a unui fluid incompresibil printr-n mediu poros izotrop. Aceasta lege poate fi adaptata, având expresii specifice, si pentru alte tipuri de curgere (plana, tridimensionala, pentru fluide compresibile, nestationara etc.) care acopera cea mai mare parte a situatiilor întâlnite în zacaminte, dar nu totalitatea lor

3. MODELAREA CURGERII PRIN MEDII POROASE

3.1 Metode de abordare a modelarii

- **Abordarea determinista:** în acest caz, componentele sistemului vor fi descrise cu ajutorul *modelelor matematice* care respecta *principiul conservarii masei si principiul conservarii energiei*. Astfel, se expliciteaza ecuatiile matematice ale fenomenului studiat, prin luarea în considerare a urmatoarelor aspecte:
 - - natura si caracteristicile mediului poros studiat,
 - - interactiunea lichid-solid;
 - - conditii de margine.
- Aceste modele sunt de o mare varietate, incepand de la *modele globale* (nedistribuite în spatiu) – care exprima numai bilanturi globale, pana la *modele distribuite spatial* – care descriu comportamentul sistemului cu ajutorul ecuatiilor cu derivate partiale, care sunt rezolvate cu metode numerice.
- Legea lui Darcy permite din punct de vedere teoretic, calcularea vitezelor lichidului în mediul poros. Aceasta abordare prezinta urmatoarele **dezavantaje**:

3. MODELAREA CURGERII PRIN MEDII POROASE

3.1 Metode de abordare a modelarii

- - În cazul fenomenului de transfer al poluanților în sol, fenomen ce implică un aport suplimentar de ecuații a căror integrare unitară nu este simplă;
- - Scara de modelare, în cazul în care modelul se validează cu experiențe de laborator, este foarte importantă, pentru că este aproape imposibil să se garanteze că experiențele de laborator se repetă la aceeași scară în natură;
- - Uneori este foarte dificil să cunoașteți toți parametrii care intră în ecuație;
- - Rezolvarea numerică a unui model determinist poate duce la aproximări prea mari;
- - Dacă scrierea deterministă este foarte detaliată, ea nu poate fi generalizată pentru a fi folosită și la alte cazuri.
- Cu toate acestea, această modelare este foarte bună în cazul în care se pune problema cuantificării unor fenomene ale sistemului studiat și de aceea ea reprezintă un instrument de cercetare util pentru studiul curgerii în subteran.
- La ora actuală cele mai multe programe existente în oferta de specialitate se bazează pe acest tip de modele.

3.1 Metode de abordare a modelarii

- **Abordarea statistica:** un mediu poros natural (mediile subterane) are un mare grad de neomogeneitate si nu se pot stabili caracteristicile lui in mod determinist. Evaluarea acestor caracteristici se va face utilizand metode statistice aplicate masurarilor multisuport: punctuale, lineare (prin foraj), pe suprafete (prin analiza interfetelor). Pentru obtinerea modelului numeric al terenului se vor folosi metode de interpolare.
- **Abordare de tip cutie neagra:** in acest tip de abordare, se foloseste asa numita tehnica bazata pe retele neuronale, care utilizeaza un set de date de intrare si de iesire observate si determina relatia de legatura între acestea, relatie pe care o aplica ulterior pentru modelul luat în calcul. Modelarea este redusa de fapt, la cea mai simpla relatie posibila, neexistând relatii fenomenologice, geometrie sau conditii la limita de îndeplinit. Acest tip de modelare nu este deocamdata folosit pentru curgerea apei în medii subterane, datorita numarului mare de parametrii experimentali necesari pentru calibrarea modelului.
Abordarea stohastica: Proprietatile fizico-mecanice ale unui mediu poros prezinta *mari fluctuatii în timp si spatiu* si de aceea si parametrii care trebuie studiati pentru descrierea fenomenelor de transport a poluantilor prezinta aceste fluctuatii.
- Fenomenele de transport si de transfer de poluanti într-un mediu poros sunt considerate posibil a fi cuantificate prin modele stohastic. De exemplu în cazul legii lui Darcy, conductivitatea hidraulica ς a mediului natural poate fi considerata ca un proces stohastic. Din aceasta ecuatie va rezulta viteza de curgere prin pori, deci ea la rândul ei este un proces stohastic.
- O alta metoda de modelare stohastica este cea a functiilor de transfer, care au rolul de a stabili o relatie stohastica între un semnal de intrare si ceea ce rezulta la iesirea din sistem (din mediul poros traversat), astfel, se poate nota: Q_c - debitul de iesire din mediul poros si cu Q_i - cel de intrare;

3.2. Alegerea variantei de modelare

- Ecuatiile ce descriu procesele hidrodinamice si de transport pot fi rezolvate utilizând modele *analitice* sau *numerice*.
- **Modelele analitice** opereaza cu solutii functionale fixe, au avantajul de a fi exacte, dar sunt aplicabile pentru solutionarea unui numar limitat de probleme. Solutionarea pe cale analitica a ecuatiilor impune simplificarea formei si extinderii structurii.
- **Modelele numerice** sunt capabile sa rezolve ecuatii complexe ce caracterizeaza spectrul hidrodinamic al curgerii si transportul poluantilor. Modelele numerice folosesc aproximari pentru a rezolva ecuatii diferentiale ce descriu curgerea apei subterane si transportul în solutie.
- - Aproximarea prin metoda **elementului finit** – structura spatiala studiata este împartita în elemente finite (de ex.: triunghiuri). Elementul finit este caracterizat prin:
 - dezvoltarea dimensionala (1D, 2D, 3D);
 - numar de noduri;
 - functia de interpolare asociata
 - Aproximarea prin metoda **diferentelor finite** – presupune discretizarea structurii cu o retea rectangulara (2D sau 3D), fiecare nod al retelei fiind caracterizat de o valoare a parametrului. În cazul metodei diferentelor finite, domeniul de integrare coincide cu reseaua de discretizare, în fiecare nod al retelei avem o valoare a parametrilor, aceasta fiind necunoscuta în spatiul dintre noduri. De al un element la altul al retelei, variatia este discontinua.
- În cazul metodei **elementului finit** domeniul de integrare este diferit de reseaua de discretizare. Valoarea parametrilor este variabila în interiorul domeniului de integrare iar variatia este continua. Spre deosebire de metoda diferentelor finite, în acest caz valoarea unui parametru poate fi calculata în orice punct al domeniului de integrare al ecuatiei.

THANKS FOR YOUR ATTENTION!